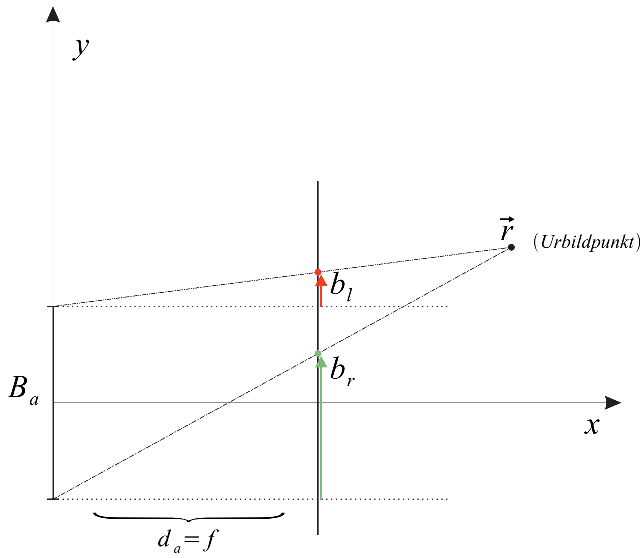
Stereoskopische Raumbilderzeugung

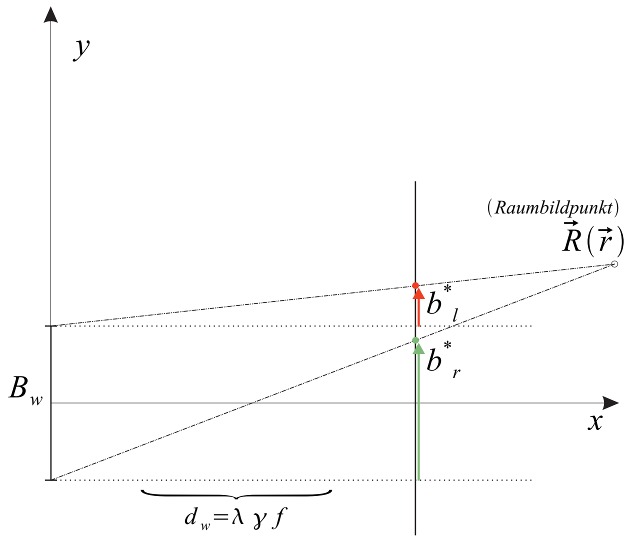
Abbildungsgleichung und geometrische Eigenschaften

Hermann Voßeler, München 1991/2004

Stereoskopie ist ein Verfahren zur Erzeugung einer räumlichen Abbildung. Durch spezielle Apparaturen bekommt jedes Auge des Betrachters ein eigenes zweidimensionales Bild zu sehen (linkes und rechtes Halbbild). In der Wahrnehmung verschmelzen dise beiden Bildeindrücke für den Betrachter zu einem einzigen, scheinbaren, räumlichen Bildeindruck, dem sog. Raumbild. Das hier behandelte, einfache **strahlenoptische Modell** der Stereoskopie beruht auf folgender Grundannahme: Ein Bildpunkt des Raumbildes wird an demjenigen Ort des virtuellen, dreidimensionalen Bildraumes wahrgenommen, der durch den Schnittpunkt der beiden Sehstrahlen für linkes und rechtes Auge gegeben ist. Diese beiden Sehstrahlen verlaufen vom optischen Zentrum des linken bzw. rechten Auges durch das jeweis zugehörige Bildelement des linken bzw. rechten Halbbildes.

In Anlehnung an geläufige Methoden der Stereo-Photographie wird weiterhin angenommen, daß die beiden Halbbilder durch eine Zentralprojektion eines gegebenen Objektes im Urbildraum erzeugt wurden. Jedes Halbbild verwendet hierfür ein eigenes Projektionszentrum. Der Abstand zwischen diesen beiden Zentren heißt stereoskopische Aufnahmebasis. Die Bildebenen für linke und rechte Zentralprojektion liegen in einer gemeinsamen Ebene parallel zu der die Basis enthaltenden Ebene.





Aufnahme (Gl.1)

$$b_{l/r} = \frac{r_y \mp \frac{1}{2} B_a}{r_x} \cdot f$$

$$h = \frac{r_z}{r_x} \cdot f$$

Wiedergabe (Gl.2)

$$\vec{R} = \frac{B_w}{b^*_r - b^*_l} \cdot \begin{pmatrix} d_w \\ \frac{b^*_r + b^*_l}{2} \\ h^* \end{pmatrix}; \quad mit \begin{cases} b^*_l = \gamma \cdot (b_l + j_l) \ ; & j_l = v + z \\ b^*_r = \gamma \cdot (b_r + j_r) \ ; & j_r = v - z \\ h^* = \gamma \cdot h \ ; & \end{cases}$$

Dabei sind:

$b_{l/r}$ seitliche Auslenkung und h Höhe der erzeugten Bildelemente bei der Aufnahme,
$b^*_{l/r}$ und h^* die vergrößerten und justierten Bildelemente bei der Wiedergabe,
B_a Aufnahmebasis, B_w Augenabstand des Betrachters, $d_a = f$ Aufnahmebrennweite
γ Vergrößerungsfaktor bei der Wiedergabe, Betrachtungsentfernung $d_w = \lambda \cdot (\gamma\, f)$
λ Zahlenfaktor und $j^*_{l/r}$ Justierung mit Anteilen v und z.

Die Wahl des Bezugspunktes für die Bildelemente und die Einführung der neuen Größen λ , v und z erfolgte im Hinblick auf die Gestalt der herzuleitenden Abbildungsgleichung:

- Der Ursprung für die Bildelemente der beiden Halbbilder bei Aufnahme und Wiedergabe liegt genau gegenüber dem jeweiligen Projektionszentrum. Damit gilt für die Abbildung unendlich ferner Gegenstände $b_l = b_r$.
- Die Entfernung des Betrachters von der Wiedergabe-Bildebene ist durch den Parameter λ relativ auf die vergrößerte Aufnahmebrennweite γf bezogen.
- Die Justierung der Halbbilder für die Wiedergabe teilt sich auf in eine gleichsinnige Versetzung v und einen gegensinnigen Anteil z („Zug"). Letzterer entsteht grundsätzlich nur durch Justierung der Halbbilder, während eine Versetzung auch auf eine Position des Betrachters abseits der Mittelachse der Wiedergabeanordnug zurückgehen kann.

Einsetzen der Formeln für die Bildelemente $b^*_{l/r}$ und h^* in die Formel für den Raumbildpunkt (Gl.2) ergibt die **Stereoskopische Abbildungsfunktion**:

$$\vec{R}(\vec{r}) = \frac{B_w}{B_a} \cdot \frac{1}{1 - \frac{z}{f} \cdot \frac{r_x}{B_a}} \cdot \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ \frac{v}{f} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{r} \qquad \text{(Gl.3)}$$

$$\vec{R}(\vec{r}) = \frac{B_w}{B_a} \cdot \boldsymbol{X}(r_x) \cdot \boldsymbol{L}(\vec{r}) \qquad \text{(Gl.4)}$$

$$\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ \frac{v}{f} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbb{1} + \begin{pmatrix} \lambda - 1 & 0 & 0 \\ \frac{v}{f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(Gl.5)}$$

Beobachtungen

(1) Der Vergrößerungsfaktor γ hebt sich heraus. Das bedeutet, daß die Projektionsgröße oder Bildschirmgröße keinen unmittelbaren Einfluß auf die Größenwahrnehmung im Raumbild hat, ganz im Gegensatz zu gewöhnlichen, zweidimensionalen Bildern.

(2) Das Verhältnis Wiedergabebasis zu Aufnahmebasis wirkt als globaler Skalenfaktor. Dies erklärt u.A. den sog. „Liliput-Effekt" bei Großbasisaufnahmen

(3) Die Justierung der Bilder wirkt stets im Verhältnis zur Aufnahmebrennweite.

(4) Ein Justierungsanteil z führt zu einer nichtlinaren Verzerrung des Raumbildes.

(5) Eine Versetzung v bewirkt ein Scheren des Raumbildes zur Seite.

(6) Es gibt keine ausgezeichnete Standardbrennweite. In der Praxis allerdings bildet sich i.d.R. soetwas wie eine Standard-Betrachtungsentfernung heraus, welche man zum Definieren einer Standardbrennweite f_0 heranziehen kann, indem man λ umschreibt zu $\lambda = \frac{f_0}{f} \cdot \lambda_1$, d.h $d_w = \lambda_1 \cdot (\gamma f_0)$

(7) Die Abweichung der Betrachtungsentfernung bezogen auf die Aufnahmebrennweite bewirkt eine Streckung oder Stauchung des Raumbildes in der Tiefe, und zwar gegensinnig: Entfernt sich der Betrachter von der Leinwand, so dehnt sich das Raumbild in die Tiefe, geht er auf die Leinwand zu, so nähern sich die Punkte im Raumbild ebenfalls der Leinwand an und das Raumbild wird flacher. $\lambda = \frac{d_w}{(\gamma f)}$

(8) Ein ähnliches Raumbild erhält man für $z = v = 0$ und $\lambda = 1$. Im Besonderen für $B_w = B_a$ ergibt sich ein **orthostereoskopisches Raumbild** mit $\vec{R} = \vec{r}$

(9) Der Bildort des unendlich fernen Punktes liegt für $z < 0$ in endlicher Entfernung, d.h. der Bildraum ist dann beschränkt. (Gl.6) $\lim\limits_{r_x \to \infty} R_x = \lambda \frac{B_w}{-\frac{z}{f}}$